

# PRZYKŁADOWY EGZAMIN Z MATEMATYKI 1

## CZEŚĆ ZADANIOWA

1. Znajdź wszystkie rozwiązania równania:  $z^3 + i = 0$

2. Rozwiąż układ równań korzystając z metody eliminacji Gaussa i twierdzenia Kroneckera-Capelliego, twierdzenia Cramera lub metodą macierzową:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y = 0 \\ y - z = 3 \\ -x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

3. Dane są punkty:  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(3, 1, -1)$ ,  $C(4, 2, -3)$  i  $D(2, -1, 0)$ .

- Oblicz objętość czworościanu  $ABCD$ ,
- oblicz długość boku  $AB$ ,
- podaj równanie prostej zawierającej bok  $AB$ ,
- podaj równanie płaszczyzny zawierającej trójkąt  $ABC$ ,
- podaj równanie prostej zawierającej wysokość poprowadzoną z wierzchołka  $D$ ,
- oblicz odległość punktu  $D$  od płaszczyzny zawierającej trójkąt  $ABC$ .

4. Oblicz wartości własne macierzy. Dla wybranej wartości własnej podaj wektor własny.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

## CZEŚĆ TEORETYCZNA

1. Za pomocą diagramów sprawdź, czy zachodzi równość:  $A \setminus (\overline{B} \cup C) = (A \cap B) \setminus C$

2. Rozwiąż równanie:  $Im(z - 2 + 4i) = (2 + i)\bar{z} + 3$

3. Niech macierze:  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  oraz  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ .

Wykonaj działania, które można wykonać (jeśli działanie jest niewykonalne, uzasadnij to):

a)  $A \cdot B$ ; b)  $B \cdot A$ ; c)  $A^2$ ; d)  $B - A$

4. Przedstaw w postaci parametrycznej prostą  $L$ :  $\begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ 3x - y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$

5. Nazwij i naskicuj krzywą:  $9x^2 - 4y^2 + 36x + 8y - 4 = 0$